zione differenziale è evidentemente

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{?(y)},$$

e quindi chiamando R(ed R(due quantità analoghe alle R_1, R_2 e relative alle superficie di rivoluzione generate dalle seconde curve, nei punti corrispondenti allo stesso valore di y, si ottiene immediatamente il valore di R' R' mutando 9 in --- nell'e-
J* Q
spressione di R_1R_2 dianzi trovata. In tal modo risulta

cioè

Il teorema contenuto in questa forinola può enunciarsi come segue : Se si considerano le diverse posizioni di una superficie di rivoluzione successivamente spostata lungo il proprio asse, e si determina una nuova superficie di rivoluzione avente lo stesso asse, ed ortogonale a tutù le precedenti, la misura della curvatura di quest'ultima superficie e eguale in valore assoluto e ài segno contrario a quella di una delle superficie precedenti, nei punti del parallelo comune ad entrambe.

Da questo teorema risulta, come caso particolare, che spostando lungo il proprio asse una superficie di rivoluzione di curvatura costante e positiva uguale ad -yy , e determinando le superficie di rivoluzione aventi lo stesso asse ed ortogonali alla precedente, considerata nelle sue diverse posizioni, la. curvatura di una qualunque di queste seconde superficie è parimente costante, ma negativa ed uguale a -- ^ • Quando la prima superfide è una sfera, il meridiano della seconda è evidentemente la curva dalle tangenti di lunghezza costante : in tal guisa siamo condotti al noto ed elegante teorema del sig. LIOUVILLE *). In generale si vede che, in virtù del teorema precedente, i meridiani delle superficie di rivoluzione a curvatura costante, positiva nelle une, negativa nelle altre, sono in certo modo conjugati a due a due.

Consideriamo di nuovo un meridiano di forma qualunque ed il suo conjugato (nel senso testé dichiarato). I centri di curvatura di queste due curve nel punto ad esse comune hanno fra loro una relazione semplicissima. Essi si trovano sopra una stessa retta perpendicolare all'asse di rotazione. Infatti sia AB il meridiano primitivo, A'B'

11 suo conjugato. Sieno OAT, ON le rispettive loro tangenti nel punto comune O,

*) Nota IV all'Application de l'Analyse a la Geometrie di MONGE, Paris 1850.